

Obliczenia w \LaTeX -u przy pomocy \CalcTeX -a

\CalcTeX (at) onet (dot) eu

9 września 2009

Spis treści

1	Wstęp	1
1.1	Ziemia jako czarna dziura a przyciąganie księżyca	2
1.1.1	Źródło – 015-bh-pl-iso-calc.tex	3

1 Wstęp

Ten folder zawiera kilka przykładów obliczeniowych przy użyciu pakietu \CalcTeX . Obliczenia są wykonywane na wszystkich plikach o nazwie pasującej do maski `*-calc.tex` przy wykorzystaniu wszystkich funkcji w `pythonie` zdefiniowanych w katalogu `bin/py`. Folder ten zawiera wszystkie źródła pakietu \CalcTeX oraz źródła przykładów, należy jedynie mieć zainstaowane `pdflatex` oraz `python`. Wyniki obliczeń są łączone w jeden plik wynikowy `main.pdf`. Pakiet ten dedykowany do obliczeń projektowych oraz ich składu, może być szczególnie przydatny dla inżynierów czy techników w ich pracy projektowej. Pakiet ten również nadaje się do składu zbiorów zadań z przykładami obliczeniowymi.

Główną zaletą \CalcTeX -a jest zintegrowanie kodu obliczeniowego ze świetnie złożonym tekstem.

Aby wykonać obliczeń na wszystkich plikach `*-calc.tex` należy uruchomić skrypt `go` np. `sh go`.

Więcej informacji dostępnych jest na stronie pakietu <http://sg.bzip.pl/CalcTeX> w razie jakichkolwiek uwag, sugestii czy problemów proszę o e-mail: \CalcTeX (at) onet (dot) eu. Jestem otwarty na wszelkie uwagi. Jeżeli potrzebujesz pomocy to jak znajde chwilę, to z przyjemnością pomogę.

W celu szybkiego zapoznania się z podstawami działania pakietu sugeruję przejrzanie plików `00-pl-iso-calc.tex` oraz `010-ke-pl-iso-calc.tex`.

Te przykłady dostępne są na: <http://sg.bzip.pl/CalcTeX/examples/wszystkie-w-jeden.tgz>. Poniższe obliczenia przeprowadzono przy użyciu pakietu \CalcTeX .

<http://sg.bzip.pl/CalcTeX/>

1.1 Ziemia jako czarna dziura a przyciąganie księżyca

Jeżeli udałoby się ścisnąć kulę ziemską do kuli o dowolnym promieniu, to przy jakim promieniu stałaby się czarną dziurą oraz ile, zgodnie z teorią newtonowską, wynosiłaby siła przyciągania ziemskiego dla masy $m_p := 20 \cdot \text{kg}$ na powierzchni tak powstałej czarnej dziury? Ciekawe ile ta siła wynosi w odniesieniu do siły przyciągania Księżyca przez Ziemię.

Obliczenia

Wiemy, że czarna dziura to obiekt dla którego prędkość ucieczki jest conajmniej równa prędkości światła.

Dane:

$c := 299792458.0 \cdot \text{m/s}$ – prędkość światła

$G := 6.673231 \cdot 10^{-11} \cdot \text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ – stała grawitacji

$M := 5.9736 \cdot 10^{24} \cdot \text{kg}$ – masa Ziemi

$r := 6373.14 \cdot \text{km}$ – promień Ziemi

Sprawdzenie stałych fizycznych poprzez obliczenie przyspieszenia ziemskiego

$$g_z := G \cdot \frac{M}{r^2}; \quad g_z \cdot (\text{m/sec}^2)^{-1} = 9.81443672259 \quad (1)$$

Jak widać z równania (1) wartość przyspieszenia ziemskiego jest akceptowalna więc można przypuszczać, że stałe są poprawne.

Prędkość ucieczki dla ciała o masie M i promieniu r obliczamy z poniższej zależności (2):

$$v := \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}} \quad (2)$$

Czyli dla Ziemi prędkość ucieczki wynosi: $v \cdot (\text{km/s})^{-1} = 11.1847019857$.

Ziemia stanie się czarną dziurą, gdy prędkość ucieczki będzie conajmniej równa prędkości światła, czyli:

$$c := \sqrt{2 \cdot G \cdot M / r} \Leftrightarrow \quad (3)$$

$$r_c := (2 \cdot G \cdot M) / c^2 \quad (4)$$

podstawiając, promień ściśniętej Ziemi – czarnej dziury, wówczas wyniesie: $r_c \cdot \text{mm}^{-1} = 8.87076116938$.

Przyspieszenie ziemskie na powierzchni tak powstałej czarnej dziury wynosi:

$$g_c := G \cdot \frac{M}{r_c^2}; \quad g_c \cdot (\text{m/sec}^2)^{-1} = 5.06582897215e + 18$$

Newtonowska siła przyciągania dla masy $m_p \cdot \text{kg}^{-1} = 20.0$ na powierzchni czarnej dziury wyniesie:

$$F_c := m_p \cdot g_c; \quad F_c \cdot (\text{EN})^{-1} = 101.316579443$$

Obliczenie siły przyciągania Księżyca przez Ziemię

$m_k := 7.3477 \cdot 10^{22} \cdot \text{kg}$ masa Księżyca


```

\\
Ziemia stanie się czarna dziurą, gdy prędkość ucieczki
będzie conajmniej równa prędkości światła, czyli:
"
\begin{equation}
c:=\sqrt{2\cdot G\cdot M/r}
\leftarrow "
r:=\left( 2\cdot G\cdot M_z\right)/c^2
"
\label{v=c}"
\end{equation}

\begin{equation}
r_c:=\left( 2\cdot G\cdot M\right)/c^2
\end{equation}
podstawiając, promień ściśniętej Ziemi -- czarnej dziury,
wówczas wyniesie:  $r_c\cdot\text{omm}$ ."$\\
Pszypieszenie ziemskie na powierzchni tak powstałej czarnej dziury wynosi:
\[
g_c:=G\cdot \frac{M}{r_c^2}
";\;;;"
g_c\cdot(\text{m}/\text{sec}^2)^{-1}
\]
Newtonowska siła przyciągania dla masy  $m_p\cdot\text{okg}$  na powierzchni czarnej dziury wyniesie:
\[
F_c:=m_p\cdot g_c
";\;;;"
F_c\cdot (\text{EN})^{-1}
\]
Obliczenie siły przyciągania Księżyca przez Ziemię\\
 $m_k:=7.3477\cdot 10^{22}\cdot\text{kg}$  masa Księżyca\\
 $R_{zk}:=384.403\cdot 10^3\cdot\text{km}$  średnia odległość Ziemi od Księżyca.\\
Więc siła przyciągania Ziemi do Księżyca wynosi
\[
F_{zk}:=G\cdot \frac{M\cdot m_k}{R_{zk}^2}
";\;;;"
F_{zk}\cdot \text{oEN}
\]
Oznacza to, że masa  $m_p\cdot\text{okg}$  na powierzchni tak powstałej czarnej dziury
będzie przyciągana z siłą stanowiącą
 $F_c/F_{zk}\cdot\text{percent}^{-1}$  siły przyciągania Księżyca przez Ziemię.
\texblanche{
 $k_{zk}:=\text{round}(F_c/F_{zk},3)$ 
}
\\
{\bf Odp.:} Ziemia stanie się czarną dziurą jeśli ściśniemy ją do kuli o promieniu conajmniej
 $r_c\cdot\text{omm}$  a na jej powierzchni na ciało o masie  $m_p\cdot\text{kg}^{-1}$  zgodnie z teorią newtonowską,
zadziała siła  $F_c\cdot\text{oEN}$ ,"$ króra stanowi około  $k_{zk}\cdot\text{percent}^{-1}$  siły oddziaływania pomiędzy
Ziemią a Księżycem (o ile się nie pomyliłem, przypominam, że
"$eksa:= $10^{18}$ = $1e+18$ "$ oznaczane jako E).

```