
ver calc r4c, Ostatnia zmiana: 2008-11-2 18:33, kompilacja: 5 stycznia 2009.....sgh.
Obliczenia wykonano za pomocą pakietu CalcTeX:
<http://sg.bzip.pl/CalcTeX>
CalcTeX (at) onet (dot) eu

Zadanie – wypływ okołodźwiękowy ze zbiornika

Oblicz prędkość wypływu powietrza ze zbiornika, jeśli ciśnienie powietrza w zbiorniku wynosi $p_o := 1.8 \cdot [\text{atm}]$ a temperatura $T_o := (15 + 273.15) \cdot \text{K}$, zaś ciśnienie otoczenia – na zewnątrz zbiornika wynosi $p_a := 760.0 \cdot [\text{mmhg}]$ oraz oblicz maksymalną możliwą prędkość wypływu jak i lokalną Liczbę Macha dla prędkości wypływu.

Rozwiązanie

Dla powietrza mamy:

$\kappa := 1.4$ – wykładnik adiabaty dla powietrza

$R_{air} := 287.05 \cdot [\text{J}] / ([\text{kg}] \cdot \text{K})$ – indywidualna stała gazowa dla powietrza

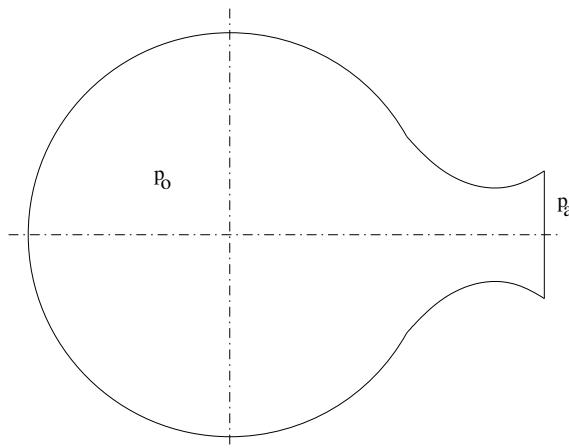
Dane:

$T_o \cdot \text{K}^{-1} = 288.15$ – temperatura w zbiorniku,

$p_o \cdot [\text{hPa}^{-1}] = 1823.85$ – ciśnienie w zbiorniku,

$p_a \cdot [\text{hPa}^{-1}] = 1013.25$ – ciśnienie na zewnątrz zbiornika.

Obliczenie współczynnika β określającego charakter przepływu



Rysunek 1: Schemat zbiornika z zaznaczonym ciśnieniem w zbiorniku p_o i ciśnieniem na zewnątrz zbiornika p_a .

$$\beta = \frac{p_a}{p_o}; \quad \beta_{kr} := \left(\frac{2.0}{\kappa + 1} \right)^{\kappa/(\kappa-1)}; \quad \beta_{kr} = 0.528281787717$$

w naszym przypadku

$$\beta := \frac{p_a}{p_o}; \quad \beta = 0.5555555555557$$

Równanie Bernulliego dla gazu nieściśliwego o postaci (1):

$$\frac{1}{2}\rho_o v_o^2 + p_o = \frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 + p_1 \quad (1)$$

ulegnie przekształceniu przez wprowadzenie wyrażenia na gęstość dla przemiany np. adiabaticznej

$$\frac{p_o}{p_1} = \left(\frac{\rho_o}{\rho_1}\right)^\kappa \quad (2)$$

gdzie $\kappa = c_p/c_v$ wówczas otrzymamy równanie Bernulliego w postaci:

$$\frac{v_o^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p_o}{\rho_o} = \frac{v_1^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p_1}{\rho_1} \quad (3)$$

Prędkość wypływu powietrza ze zbiornika można wyliczyć z zależności Saint-Vennanta i Wantzela w formie (4) którą wyznaczamy na podstawie zależności (3) przy założeniu $v_o := 0$

$$v_{exit} := \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \frac{p_o}{\rho_o} \cdot \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_o}\right)^{(\kappa-1)/\kappa}\right)} \quad (4)$$

lub stosując równanie stanu gazu doskonałego

$$pV = mRT; \quad m = \rho V; \quad pV = \rho VRT \Leftrightarrow \frac{p_o}{\rho_o} = RT \quad (5)$$

Podstawiając (5) do (4) otrzymamy (6):

$$v_{exit} := \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot R_{air} \cdot T_o \cdot \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_o}\right)^{(\kappa-1)/\kappa}\right)}; \quad v_{exit} \cdot [\text{m}^{-1}] / [\text{s}^{-1}] = 299.181213572 \quad (6)$$

Maksymalna możliwa prędkość wypływu powietrza ze zbiornika uzyskamy gdy $p_a/p_o = 0$ wówczas otrzymamy:

$$v_{kr} := \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa-1} \cdot R_{air} \cdot T_o}; \quad v_{kr} \cdot [\text{m}^{-1}] / [\text{s}^{-1}] = 760.91668565$$

$$v_{max} := v_{kr} \dots \dots \dots v_{max} \cdot [\text{km}^{-1}] / [\text{hr}^{-1}] = 2739.30006834$$

Lokalna prędkość dźwięku (dla przemiany adiabaticznej):

$$a_l := \sqrt{\kappa \cdot R_{air} \cdot T_o}; \quad a_l \cdot [\text{m}^{-1}] / [\text{s}^{-1}] = 340.292286865$$

Lokalna Liczba Macha

$$M := \frac{v_{exit}}{a_l}; \quad M = 0.879188935864$$

Odp.: Prędkość wypływu powietrza ze zbiornika wynosi $v_{exit} \cdot [\text{m}^{-1}] / [\text{s}^{-1}] = 299.181213572$, jeśli w zbiorniku panują warunki $T_o \cdot \text{K}^{-1} = 288.15$, $p_o \cdot [\text{hPa}^{-1}] = 1823.85$ na zewnątrz ciśnienie zaś wynosi $p_a \cdot [\text{kPa}^{-1}] = 101.325$, maksymalna prędkość wypływu powietrza ze zbiornika wynosi $v_{max} \cdot [\text{m}^{-1}] / [\text{s}^{-1}] = 760.91668565$, lokalna Liczba Macha wynosi $M = 0.879188935864$.

Źródło CalcTeX-a

```
\title{Obliczenie prędkości wypływu ze zbiorniku dla przepływu okołodźwiękowego}
\author{\EmailToCalcTeX}
www: \linkurl{http://sg.bzip.pl/CalcTeX}{http://sg.bzip.pl/CalcTeX}
\keywords{CalcTeX, przepływ tranoniczny, wypływ transoniczny ze zbiornika,
przepływ okołodźwiękowy, Równanie Bernulliego, równanie Saint-Vennanta i Wantzela, Liczba
%\maketitle
%\tableofcontents
\noindent
ver calc r4c, Ostatnia zmiana: 2008-11-2 18:33, kompilacja: \today \dotfill sgh.
%\newpage
\noindent
Obliczenia wykonano za pomocą pakietu
\linkurl{http://sg.bzip.pl/CalcTeX}{CalcTeX}:
\linkurl{http://sg.bzip.pl/CalcTeX}{http://sg.bzip.pl/CalcTeX}
\EmailToCalcTeX
%\newpage
\["[2ex]" \noindent

{\bf \Large Zadanie -- wypływ okołodźwiękowy ze zbiornika\["[2ex]"}

Oblicz prędkość wypływu powietrza ze zbiornika,
jeśli ciśnienie powietrza w zbiorniku wynosi
 $p_o = 1.8 \cdot p_{atm}$  a temperatura
 $T_o = (15 + 273.15) \cdot K$ ,
zaś ciśnienie otoczenia -- na zewnątrz zbiornika wynosi
 $p_a = 760.0 \cdot mmHg$ 
oraz oblicz maksymalną możliwą prędkość wypływu
jak i lokalną Liczbę Macha dla prędkości wypływu.
\["[2ex]"
\noindent
{\bf \Large Rozwiązanie \["[2ex]"}
Dla powietrza mamy:
\
 $\kappa = 1.4$  -- wykładnik adiabaty dla powietrza
 $R_{air} = 287.05 \cdot J / (kg \cdot K)$  -- indywidualna stała gazowa dla powietrza

Dane:
 $T_o \cdot K$  -- temperatura w zbiorniku,
 $p_o \cdot Pa$  -- ciśnienie w zbiorniku,
 $p_a \cdot Pa$  -- ciśnienie na zewnątrz zbiornika.
\["[2ex]"

\begin{figure}[!hb]
\begin{center}
\includegraphics[scale=0.65]{figs/tank}
```

```

"\end{equation}
Podstawiając (\ref{rsg}) do (\ref{sww}) otrzymamy (\ref{vexit}):
\begin{equation}
% Niestety do wersji CalcTeX-a 4.0 nie jest możliwe łamanie
% wzorów do obliczeń więc poniższy wzór musi być zapisany w jednej linii
v_{exit}:=\sqrt{ 2\cdot\frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot R_{air}\cdot T_o\cdot \left( 1-\left(
";\;\;\;"
v_{exit}\cdot\om/\os
"\label{vexit}"
\end{equation}
Maksymalna możliwa prędkość wypływu powietrza ze zbiornika uzyskamy gdy
"$p_a/p_o=0"$ wówczas otrzymamy:
\[v_{kr}:=\sqrt{ \frac{2\cdot \kappa}{\kappa -1} \cdot R_{air}\cdot T_o}
";\;\;\;"
v_{kr}\cdot\om/\os\]
$v_{max}:=v_{kr}$\dotfill $v_{max}\cdot\okm/\ohr$\
Lokalna prędkość dźwięku (dla przemiany adiabatycznej):
\[a_{1}:=\sqrt{ \kappa \cdot R_{air} \cdot T_o }
";\;\;\;"
a_{1}\cdot \om/\os\]
Lokalna Liczba Macha
\[M:=\frac{v_{exit}}{a_{1}}
";\;\;\;"
M\]
{\bf Odp.:} Prędkość wypływu powietrza ze zbiornika wynosi
$v_{exit}\cdot\om/\os$, "$
jeśli w~zbiorniku panują warunki $T_o\cdot \ok$, "$
$p_o\cdot\ohPa$ na zewnątrz ciśnienie zaś wynosi $p_a\cdot\okPa$, "$
maksymalna prędkość wypływu powietrza ze zbiornika wynosi
$v_{max}\cdot\om/\os$, "$ lokalna Liczba Macha wynosi $M$."$
\newpage \scriptsize
\small \noindent {\large \\"[1ex]"\bf Źródło Calc\TeX-a \\"[1ex]}
\verbatiminput{tsf-latin2-pl-calc.tex} \normalsize

```