

Poniższe obliczenia przeprowadzono przy użyciu pakietu CalcTeX.
<http://sg.bzip.pl/CalcTeX/>

1 Ziemia jako czarna dziura

Jeżeli udałoby się ścisnąć kulę ziemską do dowolnych rozmiarów, to przy jakim promieniu stałaby się czarną dziurą?

1.1 Rozwiązanie

Wiemy, że czarna dziura to obiekt dla którego prędkość ucieczki jest conajmniej równa prędkości światła.

Dane:

$c := 299792458.0 \cdot \text{m/s}$ – prędkość światła

$G := 6.673231 \cdot 10^{-11} \cdot \text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ – stała grawitacji

$M := 5.9736 \cdot 10^{24} \cdot \text{kg}$ – masa Ziemi

$r := 6378.14 \cdot \text{km}$ – promień Ziemi

Prędkość ucieczki dla ciała o masie M i promieniu r obliczamy z poniższej zależności:

$$v := \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}} \quad (1)$$

Czyli dla Ziemi prędkość ucieczki wynosi: $v \cdot \text{km/s} = 11.1803171278$.

Ziemia stanie się czarną dziurą, gdy prędkość ucieczki będzie conajmniej równa prędkości światła, czyli:

$$c := \sqrt{2 \cdot G \cdot M / r} \Leftrightarrow \quad (2)$$

$$r := (2 \cdot G \cdot M) / c^2 \quad (3)$$

podstawiając, promień ściśniętej ziemi wynosi: $r \cdot \text{mm} = 8.87076116938$.

Odp.:

Ziemia stanie się czarną dziurą jeśli ją ściśniemy do kuli o promieniu conajmniej $r = 0.00887076116938 \text{ m}$, czyli $r \cdot \text{mm} = 8.87076116938$.